

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN JUAN
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



DIBUJO Y SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

ESPECIALIDADES: AGRIMENSURA
 CIVIL
 MECÁNICA
 METALURGIA EXTRACTIVA
 MINAS

UNIDAD X



UNIDAD X: PROYECCIÓN ACOTADA

En este **Sistema de Representación** se utiliza la **proyección paralela ortogonal** sobre **un único plano de proyección** (el plano horizontal π). La **distancia de cada punto al plano de proyección** se indica con un número llamado **“cota”** junto a la proyección, y se mide en base a una **“unidad”** previamente fijada. Es decir que la **cota** produce la **misma información** que la **proyección vertical** respecto de la Línea de Tierra en el sistema **Monge**.

Este sistema resulta **apto** para la representación de **superficies u objetos muy extendidos en direcciones horizontales** respecto de la vertical, de ahí su profusa utilización en la **representación de terrenos (superficies topográficas)**.

REPRESENTACIÓN DEL PUNTO

El propósito es definir un único punto del espacio, por lo que **proyectando ortogonalmente sobre π el punto A, se obtiene la proyección A_1** . Sin embargo es evidente que **A_1 es la imagen** de todos los puntos pertenecientes al **rayo proyectante**, por lo que a fin de individualizar a ese punto se incorpora la **“unidad gráfica de medida”**, con lo que **se define la distancia** (en dirección perpendicular a π), que **separa al punto A de su proyección A_1** . A esta distancia se la denomina **“cota” del punto** y se la indica mediante un **número entre paréntesis** junto a la proyección del punto.

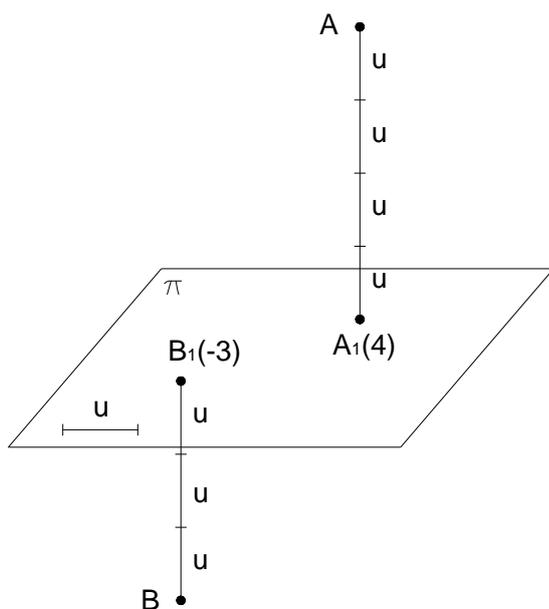


Figura X-1a

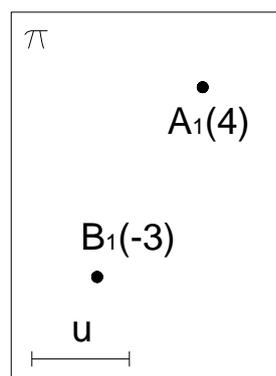


Figura X-1b

Puede darse el caso que muestra la figura X-1 a y b, en donde **el punto B se encuentra por debajo** de π , es decir en el semiespacio por debajo del plano horizontal. En este caso esos puntos **tienen cota negativa**, en oposición a los que se encuentran en el **semiespacio superior** que tienen **cota positiva**. Los puntos del **plano de proyección** o de referencia tendrán **cota nula** o cero.

REPRESENTACIÓN DE LA RECTA

Sea una **recta cualquiera "a"** del espacio, haciendo su proyección ortogonal sobre el plano de proyección se obtiene **a₁, imagen de "a"** (figura X-2a). Puede verse sin embargo que **a₁** es a la vez **imagen de todas las rectas del plano proyectante**, por lo que será necesario **identificarla agregando otro elemento** que **defina la posición de la recta** en el espacio. Con este fin **se incorpora una haz de planos paralelos a π** , haciendo que cada uno de ellos esté separado **una cantidad entera de unidades (-2,-1, 1, 2, 3, etc.)** de modo de **seccionar a la recta en puntos de cota entera**, negativa o positiva según el caso. La figura X-2b muestra una **vista de perfil** de lo dicho. De esta forma quedan individualizados **por lo menos dos puntos de la recta** los que, agregados a la imagen de la misma, constituyen su completa representación.

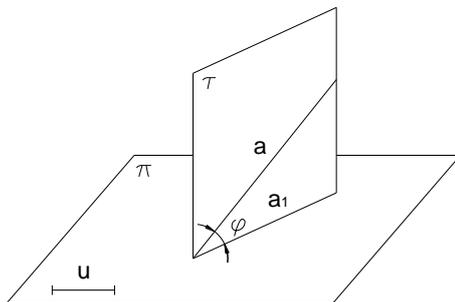


Figura X-2a

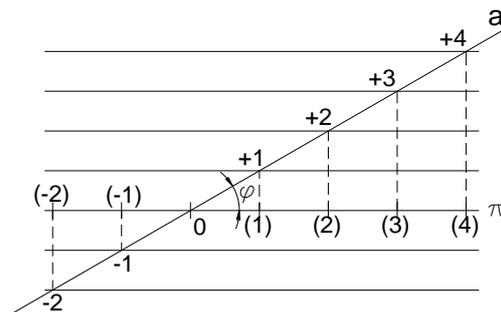


Figura X-2b

A la distancia **i_a** (medida en la unidad del sistema) entre las **proyecciones de dos puntos de cota entera consecutiva**, se la denomina **"intervalo"** de la recta y al ángulo φ (medido en el plano proyectante) que forma la recta con π se denomina **"ángulo de pendiente"** de la recta, siendo su tangente trigonométrica la **"pendiente"** de la recta respecto de π , de este modo:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U}{i_a} \quad \text{de donde} \quad i_a = \frac{U}{\operatorname{tg}\varphi}$$

En la figura X-2c puede verse la **representación de la recta en el plano π** , según el método de las proyecciones acotadas, quedando así definida una **única recta del espacio**, por su **imagen e intervalo**.

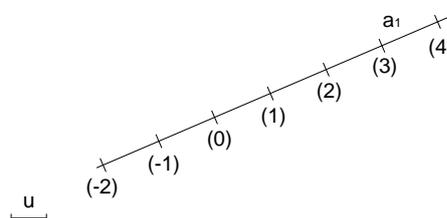


Figura X-2c

En este sistema de proyección, **un punto pertenecerá a una recta** cuando además de **pertenecer la proyección del punto a la proyección de la recta**, **la cota del punto coincida con la de la recta**. Así el punto **A** (figura X-3) **pertenece a la recta “a”**, mientras que **el punto B no**, a pesar de tener su imagen sobre la proyección de la recta.

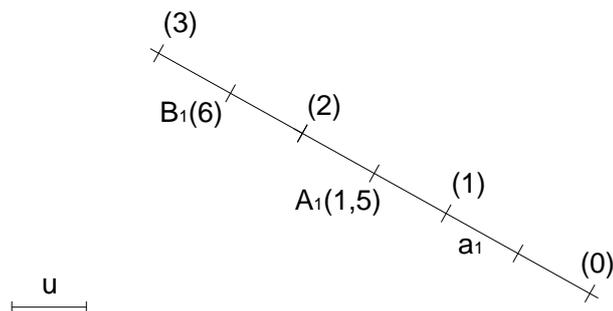


Figura X-3

Hay **dos posiciones singulares** de la recta que merecen destacarse, cuando ésta es **perpendicular o es paralela al plano π** (figuras X-4 a y b).

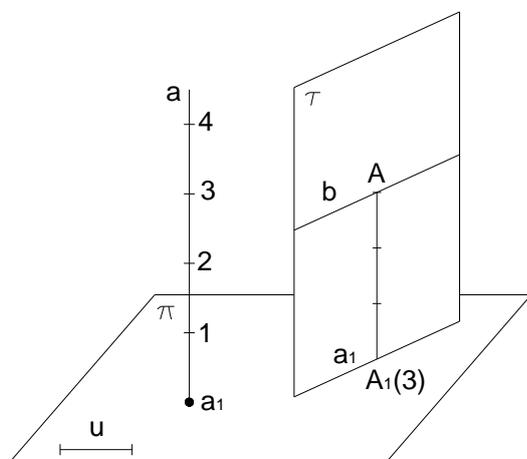


Figura X-4a

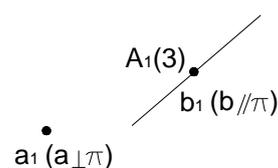


Figura X-4b

En el primer caso **su imagen se reduce a un punto**, en el que coinciden todos los puntos de cota, haciéndose **cero el intervalo y máxima (infinita) la pendiente**, mientras que **en el segundo** (paralela a π) **se hace infinito el intervalo y cero la pendiente**; para individualizar esta recta es necesario dar de ella por lo menos **un punto de cota conocida**.

REPRESENTACIÓN DEL PLANO

En proyección acotada la representación de un plano se hace fijando de él **una recta horizontal** (figuras X-5 a y b) por ejemplo su intersección con π (horizontal de cota cero) y **dando su orientación** mediante la proyección de su **recta de máxima pendiente**.

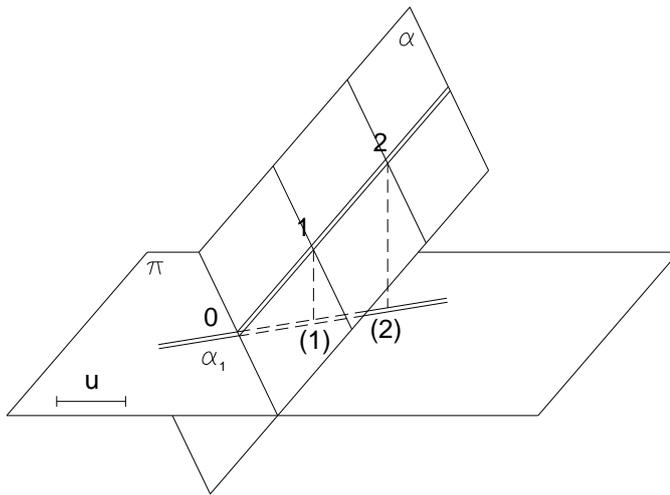


Figura X-5a

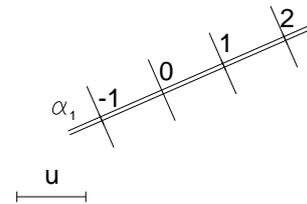


Figura X-5b

Observando la figura X-6, puede verse que **por el punto P se pueden trazar en α infinitas rectas**, cada una de las cuales forma un cierto ángulo con π , y todos distintos, medidos entre la recta considerada y su proyección ortogonal. En particular, la **intersección de α con π forma un ángulo cero** (el mínimo posible), mientras que **la intersección α con τ forma**, de todos, **el ángulo máximo cuando τ es perpendicular a π y α** , siendo entonces **máxima la tangente trigonométrica ϕ** , lo que es igual, **máxima la pendiente**, de ahí la denominación de esta recta.

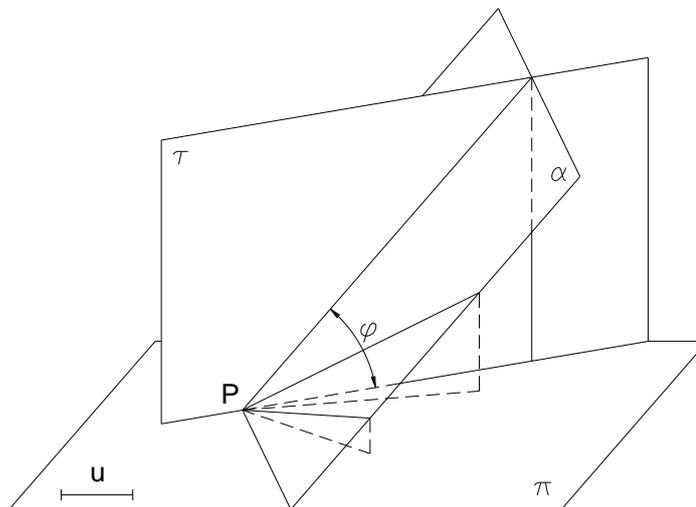


Figura X-6

Volviendo al **haz de planos paralelos** que definían los **puntos de cota entera de la recta**, visto en el apartado anterior, puede verse que **estos planos cortan al plano** en una serie de rectas **paralelas a π** , que pasan justamente **por los puntos de cota entera de la recta de máxima pendiente** (figuras X-7 a y b) y que serán **paralelas a la recta horizontal de cota cero**.

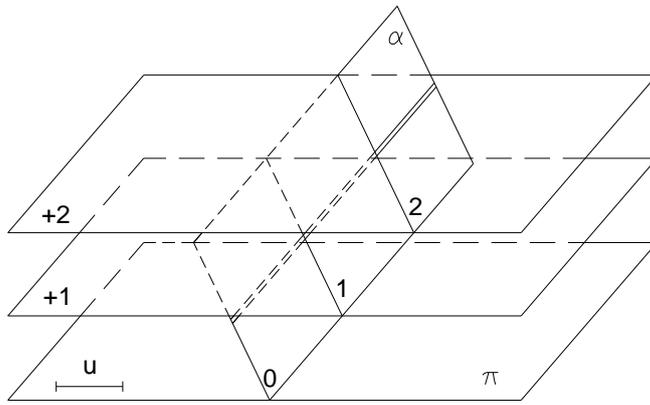


Figura X-7a

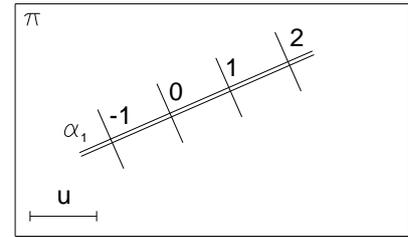


Figura X-7b

La “**distancia entre las proyecciones**” de dos horizontales de cota entera consecutiva, se define como “**intervalo**” del plano y coincide con el **intervalo de la recta de máxima pendiente** que por individualizar al plano **designamos** α_1 . En consecuencia, tanto **mayor será la inclinación del plano cuanto menor se haga el intervalo**, asumiendo su máxima pendiente cuando α se hace perpendicular a π , en cuyo caso **la recta de máxima pendiente se proyecta como un punto y las horizontales como rectas coincidentes que pasan por ese punto**.

SUPERFICIES TOPOGRÁFICAS

CURVAS DE NIVEL, EQUIDISTANCIAS, PENDIENTES

En la solución de **ciertos problemas** (**tendido de líneas eléctricas, trazado de caminos, problemas de Geología y Minería**, así como en la construcción que se emplee en los mismos), el ingeniero tiene que trabajar con los **contornos irregulares** que presenta la **superficie de la tierra**. Ésta queda representada con gran exactitud en un **mapa topográfico**, por medio de las **curvas de nivel: líneas que unen puntos de igual cota**. Cada una de estas curvas de nivel tiene su **cota que expresa en metros la elevación** que tienen esos puntos **sobre el nivel del mar** (plano de cota cero). En la figura X-8 puede verse la proyección de un terreno, en la cual las líneas de contornos cerrados representan una colina.

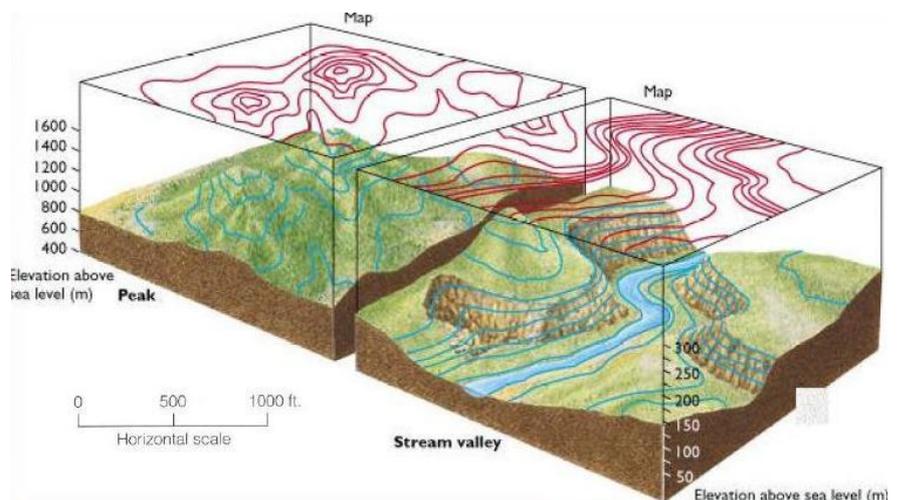


Figura X-8

Las **curvas de nivel están separadas** entre sí por una **distancia (vertical) llamada equidistancia**, que es la **diferencia de altura entre dos curvas de nivel adyacentes**. La **separación** que existe **entre dos curvas de nivel** adyacentes, en el mapa topográfico, **indica el grado de pendiente del terreno representado**. Así **a menor distancia entre dos curvas de nivel**, corresponde en el terreno una **mayor pendiente** entre esos dos puntos y viceversa. Es costumbre representar cada cinco curvas de nivel una con trazo más fuerte, para facilitar la lectura.

Las **curvas de nivel siempre se cierran** ya que representan la intersección de un plano con la superficie y **definen, por lo tanto, un polígono cerrado**. Normalmente y **debido a la escala del mapa encontraremos curvas de nivel que no llegan a cerrarse**.

Siendo el mapa topográfico un dibujo en proyección acotada, para interpretar el terreno representado es necesario estudiar con detenimiento la forma, alturas y dirección de su curvatura, de las varias curvas de nivel que consten en dicho mapa.

PERFIL TOPOGRÁFICO

Es un **corte de la superficie de la tierra tomado a lo largo de una línea** dada de su superficie. Dicha **línea puede ser recta o curva**, pero la longitud que tenga el perfil debe ser igual a la longitud verdadera de la línea.

Una vez **escogida la dirección del perfil** sobre el mapa, el plano de corte P-P indicado en la figura X-9, **conviene determinar la cota más alta y la más baja** en la línea del perfil **para así situar sobre la hoja de papel el origen de coordenadas**. En la figura X-9, vemos que la **cota más alta es 70 y la más baja 10**. En el **eje de ordenadas o vertical** se representarán **las altitudes** y en el **eje de abscisas u horizontal las distancias horizontales**. Una vez adoptada la escala vertical, para trazar el perfil deben identificarse los puntos donde el **plano de corte PP intercepta a las curvas de nivel**, y llevar esa proyección hasta la ordenada correspondiente a la cota de la curva interceptada, se obtendrá así una sucesión de puntos que se unirán mediante una línea **continua y curva**, nunca quebrada, intentando en la medida de lo posible, que se ajuste a la realidad del relieve. En caso de ser necesario **podrán interpolarse curvas de nivel entre las existentes**, manteniendo la misma una distancia hacia cada una de las curvas de nivel contiguas.

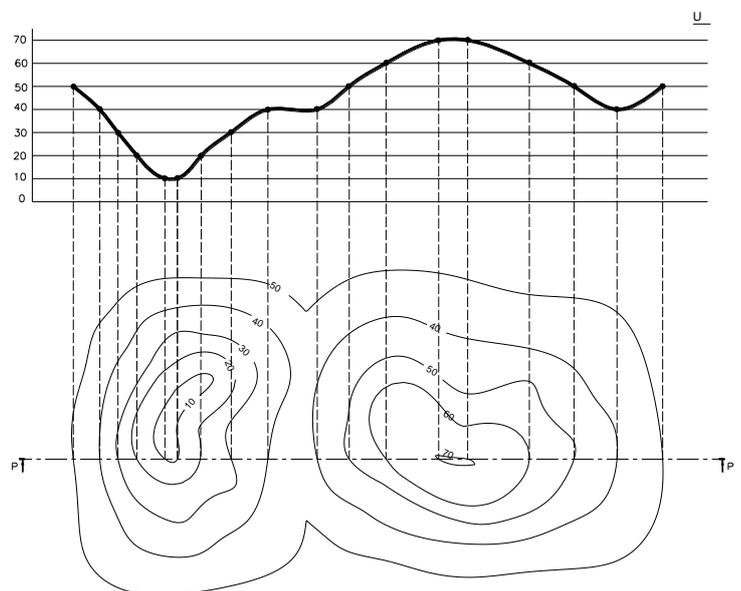


Figura X-9

Cuando los **perfiles son muy largos**, es habitual **aumentar la escala vertical**, haciéndola tantas veces más grande que la horizontal, para equiparar alturas con distancias.

Secciones. Un **corte transversal es el complemento** necesario en los proyectos técnicos relacionados con las superficies topográficas. **La realización** de la sección **es similar a la efectuada para un perfil**. Se establece una escala vertical para las alturas, **que se corresponda con la equidistancia de las curvas de nivel**.